Feuille n° 1 **I : QCM Pour bien commencer**

Pour chaque question, il y a une ou plusieurs bonnes réponses.

Exercice n°1

On tire au hasard une carte dans un jeu classique de 32 cartes. On appelle X la variable aléatoire qui à ce tirage associe la valeur 1 si la carte tirée est un cœur, la valeur 0 sinon.
La variable aléatoire X suit la loi de Bernoulli de paramètre p égal à :

$\boxed{\text{A}}$ $P(X = 0)$. $\boxed{\text{B}}$ $P(X = 1)$. $\boxed{\text{C}}$ $\dfrac{1}{4}$. $\boxed{\text{D}}$ $\dfrac{3}{4}$.

Réponse :

Exercice n°2

On lance un dé dodécaédrique supposé équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 12. On appelle X la variable aléatoire qui au lancer de ce dé associe le numéro de la face supérieure.
L'espérance de cette variable aléatoire X, notée $E(X)$, est égale à :

$\boxed{\text{A}}$ $\dfrac{39}{3}$. $\boxed{\text{B}}$ $\dfrac{39}{2}$. $\boxed{\text{C}}$ $\dfrac{39}{4}$. $\boxed{\text{D}}$ $\dfrac{39}{6}$.

Réponse :

Exercice n°3

Sur l'écran d'une calculatrice, on lit :

Sur TI :

```
ent(NbrAléat+0.4
)
```

Sur Casio :

```
Int (Ran# +0.4)
```

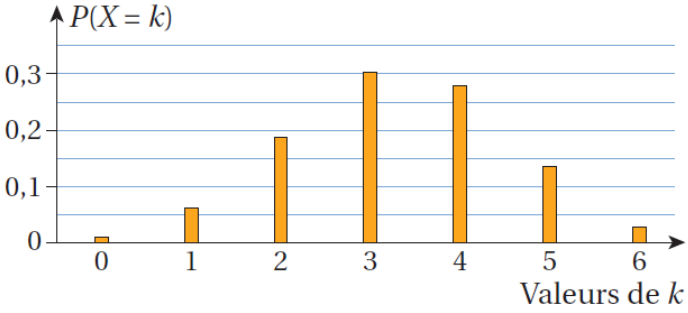
La probabilité que cette instruction renvoie la valeur 0 est égale à :

$\boxed{\text{A}}$ 0,3. $\boxed{\text{B}}$ 0,4. $\boxed{\text{C}}$ 0,5. $\boxed{\text{D}}$ 0,6.

Réponse :

Exercice n°4

Une variable aléatoire X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(n\ ;\ p)$.
On donne le diagramme en bâtons suivant représentant cette loi :



a. La valeur du paramètre n est :

A 4. B 5. C 6. D 7.

Réponse :

b. Le paramètre p est égal à :

A 0,11. B 0,33. C 0,55. D 0,77.

Réponse :

Exercice n°5

Une étude affirme que 5 % des clés USB produites par une usine ont un défaut. Un magasin reçoit un lot de 20 clés USB produites par cette usine. On appelle X la variable aléatoire qui à ce lot associe le nombre de clés défectueuses. On admet que X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(20\ ;\ 0{,}05)$.

a. La probabilité qu'il y ait au plus deux clés USB défectueuses dans ce lot, est approximativement égale à :

A 0,19. B 0,38. C 0,76. D 0,92.

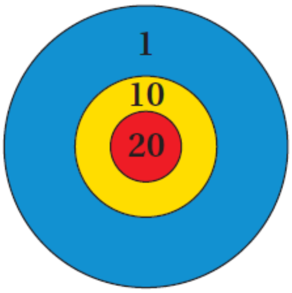
Réponse :

b. Le nombre moyen de clés défectueuses dans un tel lot est :

A 1. B 2. C 3. D 4.

Réponse :

Exercice n°6



Dans une fête foraine, un jeu consiste à atteindre avec des fléchettes la cible ci-contre. Les rayons des cercles sont respectivement 1 cm, 2 cm et 4 cm.
Un tireur atteint toujours la cible. La probabilité de toucher une zone de la cible est proportionnelle à la surface de la zone touchée.

a. Un joueur lance une fléchette. La probabilité qu'il obtienne le score de 10 points est égale à :

$\boxed{\text{A}}$ $\frac{1}{16}$. $\boxed{\text{B}}$ $\frac{3}{16}$. $\boxed{\text{C}}$ $\frac{6}{16}$. $\boxed{\text{D}}$ $\frac{12}{16}$.

Réponse :

b. Un joueur lance deux fléchettes. On appelle X la variable aléatoire qui à ces deux lancers associe le score du joueur (somme des points obtenus aux deux lancers).
La loi de probabilité de la variable aléatoire X est donnée par le tableau incomplet suivant :

k	2	11	20	21	30	40
$P(X = k)$	$\frac{9}{16}$	p	$\frac{9}{256}$	$\frac{3}{32}$	q	$\frac{1}{256}$

La probabilité, notée p, que le joueur obtienne 11 points est égale à :

$\boxed{\text{A}}$ $\frac{9}{16}$. $\boxed{\text{B}}$ $\frac{9}{32}$. $\boxed{\text{C}}$ $\frac{9}{64}$. $\boxed{\text{D}}$ $\frac{9}{128}$.

Réponse :

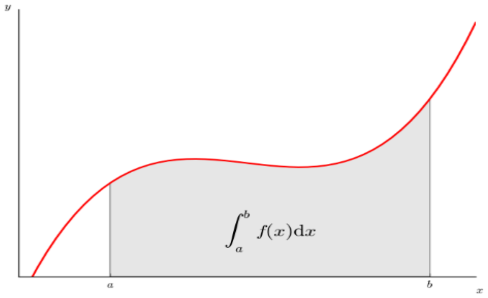
c. Le nombre moyen de points que peut espérer obtenir le joueur est de :

$\boxed{\text{A}}$ 5. $\boxed{\text{B}}$ 8. $\boxed{\text{C}}$ 11. $\boxed{\text{D}}$ 14.

Réponse :

II- : Exploiter les propriétés d'une courbe pour le calcul d'aire

Le plan est muni d'un repère orthogonal
On considère la partie du plan délimitée par la courbe représentant une fonction f positive sur un intervalle [a ;b], l'axe des abscisses et et les droites d'équation x =a et x=b.
On note $\int_a^b f(x)dx$ l'aire de cette partie du plan.



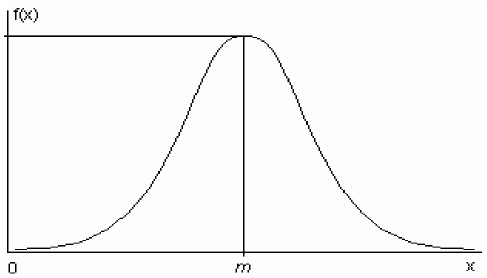
Partie A : Calcul de quelques intégrales simples :

Dans chaque cas, on pourra commencer par construire un graphique

1) *Que vaut* $\int_{-1}^{3} 4\, dx$?..
………………………………………………………………………………………….
2) *Que vaut* $\int_{2}^{5} (x-2) dx$?..
………………………………………………………………………………………….
3) *Que vaut* $\int_{-1}^{7} (0.25x+2) dx$?..
…………………………………………………………………………………………..

Partie B : Courbe de gauss

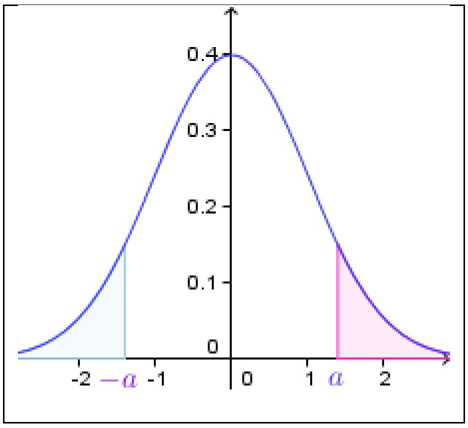
Définition



Le plan est muni d'un repère orthogonal
*On appelle courbe de Gauss une courbe dont l'allure est donnée ci-contre et telle que l'aire de la partie du plan délimitée par cette courbe et l'axe des abscisses vaut **1***
Une telle courbe admet un axe de symétrie parallèle à l'axe des ordonnées.

1- Cas où l'axe de symétrie de la courbe en cloche est l'axe des ordonnées :

On note f une fonction représentée par une courbe en cloche dont l'axe de symétrie est l'axe des ordonnées. Soit a un réel positif.



Dans chaque cas, on pourra commencer par construire un graphique

a) On suppose dans cette question seulement que $\int_a^{+\infty} f(x)dx = 0.23$

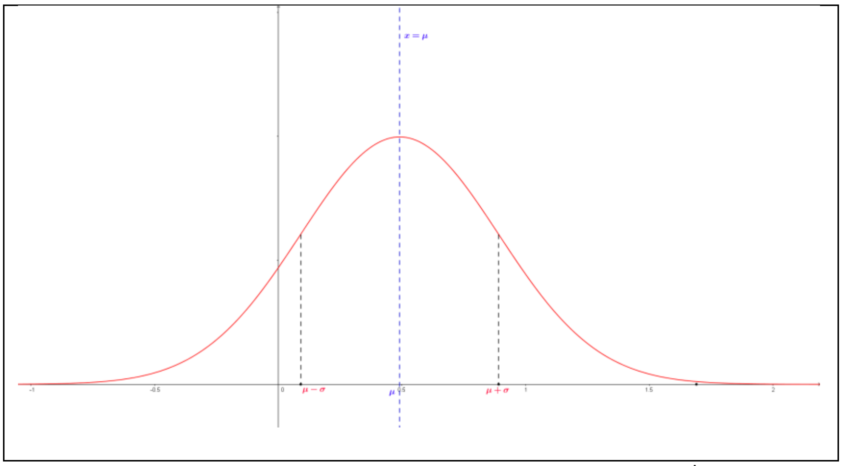
Que valent alors $\int_{-\infty}^{a} f(x)dx$, $\int_{-a}^{a} f(x)dx$ et $\int_0^a f(x)dx$?

b) On suppose dans cette question seulement que $\int_a^a f(x)dx = 0.4$

Que valent alors $\int_{-\infty}^{a} f(x)dx$, $\int_0^a f(x)dx$

2- Cas général où l'axe de symétrie de la courbe en cloche a pour équation x = µ

On note f une fonction représentée par une courbe en cloche dont l'axe de symétrie a pour équation x = μ . Soit σ un réel positif



a) On suppose dans cette question seulement que $\int_{\mu}^{\mu+\sigma} f(x)dx = 0.22$

Que valent alors $\int_{\mu-\sigma}^{\mu+\sigma} f(x)dx$, $\int_{\mu}^{+\infty} f(x)dx$ et $\int_{-\infty}^{\mu-\sigma} f(x)dx$?

b) On suppose dans cette question seulement que $\int_{\mu-\sigma}^{\mu+\sigma} f(x)dx = 0.22$

Que valent alors $\int_{\mu}^{\mu+\sigma} f(x)dx$, $\int_{\mu}^{+\infty} f(x)dx$ et $\int_{-\infty}^{\mu-\sigma} f(x)dx$?

c) On suppose dans cette question seulement que $\int_{-\infty}^{\mu-\sigma} f(x)dx = 0.22$

d) Que valent alors $\int_{\mu-\sigma}^{\mu+\sigma} f(x)dx$, $\int_{\mu}^{+\infty} f(x)dx$ et $\int_{-\infty}^{\mu+\sigma} f(x)dx$?

Feuille n° 1 **I : QCM Pour bien commencer**

Pour chaque question, il y a une ou plusieurs bonnes réponses.

Exercice n°1

On tire au hasard une carte dans un jeu classique de 32 cartes. On appelle X la variable aléatoire qui à ce tirage associe la valeur 1 si la carte tirée est un cœur, la valeur 0 sinon.
La variable aléatoire X suit la loi de Bernoulli de paramètre p égal à :

A $P(X = 0)$. B $P(X = 1)$. C $\frac{1}{4}$. D $\frac{3}{4}$.

Réponses justes : B et C.
Par définition, p est égale à la probabilité que X prenne la valeur 1 : $P(X = 1)$.

Un jeu classique de 32 cartes contient 8 cœurs, donc $p = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$.

Exercice n°2

On lance un dé dodécaédrique supposé équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 12. On appelle X la variable aléatoire qui au lancer de ce dé associe le numéro de la face supérieure.
L'espérance de cette variable aléatoire X, notée $E(X)$, est égale à :

A $\frac{39}{3}$. B $\frac{39}{2}$. C $\frac{39}{4}$. D $\frac{39}{6}$.

Réponse juste : D.

La loi suivie par la variable aléatoire (discrète) X est une loi équirépartie de paramètre $p = \frac{1}{12}$.

$E(X) = \frac{1}{12} \times (1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12) = \frac{78}{12} = \frac{39}{6}$.

Exercice n°3

Sur l'écran d'une calculatrice, on lit :

Sur TI : **Sur Casio :**

```
ent(NbrAléat+0.4
)
```

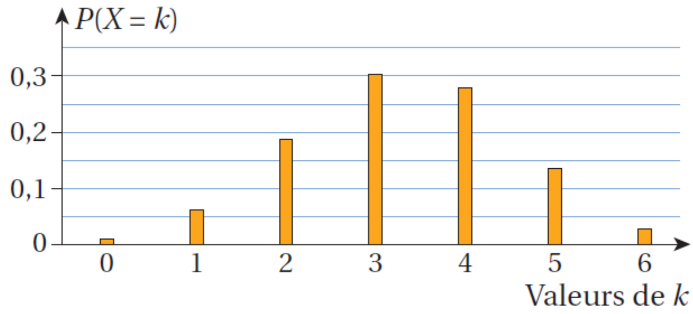
```
Int (Ran# +0.4)
```

La probabilité que cette instruction renvoie la valeur 0 est égale à :
A 0,3. B 0,4. C 0,5. D 0,6.

Réponse juste : D.
La probabilité que cette instruction renvoie la valeur 0 est égale à la probabilité que l'instruction NbrAléat + 0,4 (ou Ran# +0,4) renvoie un nombre compris entre 0,4 et 1 (exclu) ([0,4 ; 1[ ). Ceci découle de la définition de la partie entière (ent ou int). La longueur de ce segment est de 1 – 0,4 = 0,6.

Exercice n°4

Une variable aléatoire X suit la loi binomiale $\mathscr{B}(n\ ;\ p)$.
On donne le diagramme en bâtons suivant représentant cette loi :



a. La valeur du paramètre n est :
$\boxed{A}$ 4. $\boxed{B}$ 5. $\boxed{C}$ 6. $\boxed{D}$ 7.

Réponse juste : C.
Les différentes valeurs prises par la variable aléatoire X sont : 0, 1, 2, 3, 4, 5 et 6 (lecture sur l'axe des abscisses).

b. Le paramètre p est égal à :
$\boxed{A}$ 0,11. $\boxed{B}$ 0,33. $\boxed{C}$ 0,55. $\boxed{D}$ 0,77.

Réponse juste : C.
Cas $p = 0{,}11$: $P(X = 3) \approx 0{,}0187$.
Cas $p = 0{,}33$: $P(X = 3) \approx 0{,}2162$.
Cas $p = 0{,}55$: $P(X = 3) \approx 0{,}3032$.
Cas $p = 0{,}77$: $P(X = 3) \approx 0{,}1111$.

Exercice n°5

Une étude affirme que 5 % des clés USB produites par une usine ont un défaut. Un magasin reçoit un lot de 20 clés USB produites par cette usine. On appelle X la variable aléatoire qui à ce lot associe le nombre de clés défectueuses. On admet que X suit la loi binomiale $\mathscr{B}(20\ ;\ 0{,}05)$.

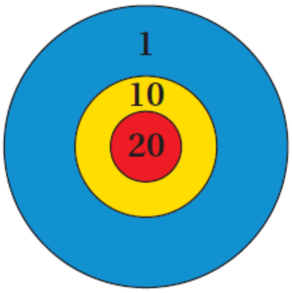
a. La probabilité qu'il y ait au plus deux clés USB défectueuses dans ce lot, est approximativement égale à :
$\boxed{A}$ 0,19. $\boxed{B}$ 0,38. $\boxed{C}$ 0,76. $\boxed{D}$ 0,92.

Réponse juste : D.
$P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) \approx 0{,}92$ (utilisation de la calculatrice).

b. Le nombre moyen de clés défectueuses dans un tel lot est :
$\boxed{A}$ 1. $\boxed{B}$ 2. $\boxed{C}$ 3. $\boxed{D}$ 4.

Réponse juste : A.
$n = 20$ et $p = 0{,}05$ donc $E(X) = n \times p = 20 \times 0{,}05 = 1$.

Exercice n°6



Dans une fête foraine, un jeu consiste à atteindre avec des fléchettes la cible ci-contre. Les rayons des cercles sont respectivement 1 cm, 2 cm et 4 cm.
Un tireur atteint toujours la cible. La probabilité de toucher une zone de la cible est proportionnelle à la surface de la zone touchée.

a. Un joueur lance une fléchette. La probabilité qu'il obtienne le score de 10 points est égale à :

A $\frac{1}{16}$. B $\frac{3}{16}$. C $\frac{6}{16}$. D $\frac{12}{16}$.

Réponse juste : B.
La probabilité que ce joueur obtienne le score de 10 points est la probabilité que la fléchette atteigne la zone jaune qui est égale à :

$$\frac{\text{Aire (Zone Jaune)}}{\text{Aire (Cible)}} = \frac{\pi\times(2\times2-1\times1)}{\pi\times4\times4} = \frac{3}{16}.$$

On peut faire de même pour la zone bleue et pour la zone rouge :

- la probabilité que la fléchette atteigne la zone bleue est : $\frac{\pi\times(4\times4-2\times2)}{\pi\times4\times4} = \frac{12}{16}$;
- la probabilité que la fléchette atteigne la zone rouge est : $\frac{\pi\times(1\times1)}{\pi\times4\times4} = \frac{1}{16}$.

b. Un joueur lance deux fléchettes. On appelle X la variable aléatoire qui à ces deux lancers associe le score du joueur (somme des points obtenus aux deux lancers).
La loi de probabilité de la variable aléatoire X est donnée par le tableau incomplet suivant :

k	2	11	20	21	30	40
$P(X = k)$	$\frac{9}{16}$	p	$\frac{9}{256}$	$\frac{3}{32}$	q	$\frac{1}{256}$

La probabilité, notée p, que le joueur obtienne 11 points est égale à :

A $\frac{9}{16}$. B $\frac{9}{32}$. C $\frac{9}{64}$. D $\frac{9}{128}$.

Réponse juste : B.
P(« obtenir 11 points »)
= P(« lancer 1 : 1 point et lancer 2 : 10 points ») + P(« lancer 1 : 10 points et lancer 2 : 1 point »)
$= \frac{1}{16}\times\frac{23}{16}+\frac{1}{16}\times\frac{23}{16} = \frac{72}{256} = \frac{9}{32}$.

c. Le nombre moyen de points que peut espérer obtenir le joueur est de :

A 5. B 8. C 11. D 14.

Réponse juste : B.

$E(X) = 2\times\frac{9}{16} + 11 \times p + 20 \times \frac{9}{256} + 21 \times \frac{3}{32} + 30 \times q + 40 \times \frac{1}{256} = \frac{1984}{256} = 7{,}75.$

Utilisation de la calculatrice pour le calcul de p ($a \leq X \leq b$) :

Calculons p ($2 \leq X \leq 6$) où X suit la loi normale de paramètre $\mu = 5\ et\ \sigma = 1$

On obtient : *p ($2 \leq X \leq 6$) ≈*

Utilisation de la calculatrice pour chercher t tel que p ($X \leq t$) = p :

Cherchons t tel que p ($X \leq t$) = 0,95 où X suit la loi normale de paramètre $\mu = 5\ et\ \sigma = 1$

On obtient t ≈

Exercice : X suit la loi normale de paramètre $\mu = 10\ et\ \sigma = 5$

1. Calculer p ($10 \leq X \leq 11$) arrondi à 10^{-3}
2. Déterminer t arrondi à 10^{-3} tel que p ($X \leq t$) = 0,99

Exploiter les propriétés de la courbe de Gauss

On rappelle les deux points suivants :

- Une courbe de Gauss de paramètre μ admet la droite d'équation y = μ pour axe de symétrie
- L'aire de la partie du plan délimitée par une courbe de Gauss et l'axe des abscisses vaut toujours 1

Exemple :

Une variable aléatoire X suit la loi normale de paramètre $\mu = 100\ et\ \sigma = 10$

1) A l'aide de la calculatrice, calculer p ($100 \leq X \leq 105$)
2) En exploitant les propriétés de la courbe de Gauss, en déduire les probabilités suivantes (
   a- p ($95 \leq X \leq 105$)
   b- p ($X \geq 105$)
   c- p ($X \geq 95$)
   d- p ($X \leq 95$)
3) Déterminer le réel t tel que p ($100 - t \leq X \leq 100 + t$) = 0,95

Exercice :

Soit X la variable aléatoire suivant la loi normale de paramètre $\mu = 10\ et\ \sigma = 5$

Calculer p ($X \leq 11$)

Cours : *Lois normales*

A- *Introduction : Comment approcher une loi binomiale par une loi normale*

On considère une variable aléatoire X suivant la loi binomiale B (n, p).

D'après le cours de première, son espérance vaut n.p et son écart-type vaut $\sqrt{np(1-p)}$.

Lorsque n est grand, les calculs de probabilité deviennent ardus et sans réelle possibilité de simplification, d'où l'intérêt de ce qui va suivre.

AP : Géogébra
L'histogramme ci-contre est construit de telle manière que l'aire d'un rectangle dont la base est centrée en k soit égale à p(x=k).

De cette manière :
p (a ≤ x ≤ b) est la somme des aires des rectangles de bases centrées entre les entiers compris entre a et b.

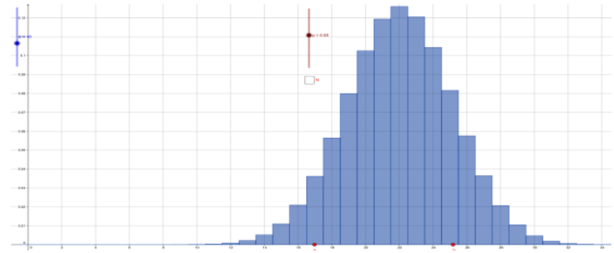


Figure 1

Il existe des courbes appelées courbes de Gauss (voir activité) avec les caractéristiques suivantes :

- *Ces courbes dépendent de deux paramètres* $\boldsymbol{\mu}$ *(réel) et* $\boldsymbol{\sigma}$*(réel positif).*
- *L'aire de la partie du plan délimitée par une courbe de Gauss et l'axe des abscisses vaut toujours* **1**.
- *Une courbe de Gauss de paramètre* μ *admet la droite d'équation* $x = \mu$ *comme axe de symétrie.*
- *Plus le paramètre* σ *est grand et plus la courbe de Gauss est évasée.*

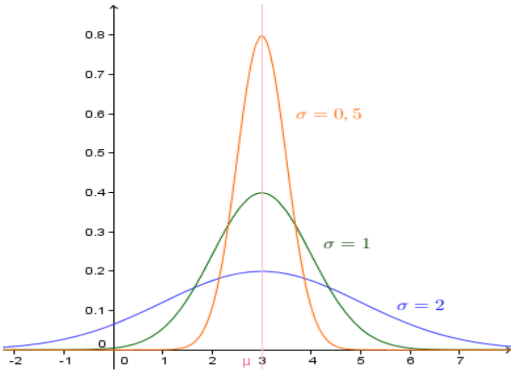


Figure 2

Sous réserve que n soit assez grand, on peut démontrer que les sommets des rectangles de l'histogramme sont très proches de la courbe de Gauss de paramètres :

$\mu = n.p$ et $\sigma = \sqrt{np(1-p)}$

Cette courbe représente une certaine fonction f.

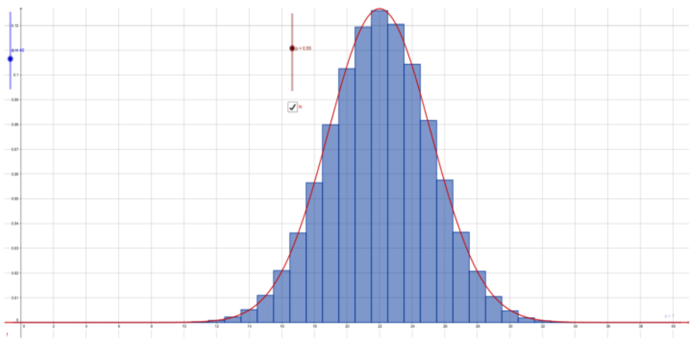


Figure 3 :

On peut alors considérer que l'aire de la partie du plan délimitée par cette courbe de Gauss, l'axe des abscisses et les droites d'équations x = a et x = b est très proche de p(a ≤ x ≤ b) (comparer les figures 1 et 4)

Autrement dit, on peut faire l'approximation :

$p\ (a \leq x \leq b) = \int_a^b f(x)dx$

Ce qui correspondra à la façon de calculer une probabilité pour une variable aléatoire suivant une loi normale de paramètres $\boldsymbol{\mu}$ *et* $\boldsymbol{\sigma}$.

Ainsi les calculs de probabilité se ramènent à des calculs d'intégrales, ce qui rend utilisables les propriétés des intégrales pour le calcul des probabilités.

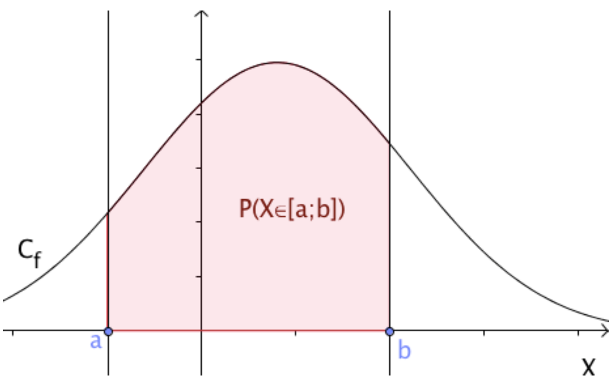


Figure 4 :

B- Loi à densité sur un intervalle.

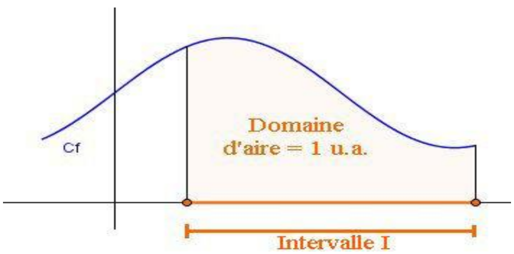
Contrairement à une variable aléatoire discrète qui ne peut prendre qu'un nombre fini de valeurs, une variable aléatoire continue prend un nombre infini de valeurs dans un intervalle donné de IR.

Exemple de variable aléatoire continue : On lance une flèche sur une cible de rayon1 mètre, et on mesure la distance d en mètres entre le point d'impact et le centre de la cible. Le réel d peut prendre une infinité de valeurs dans l'intervalle [0;1].(voir QCM)

1- La loi normale de paramètres μ et σ

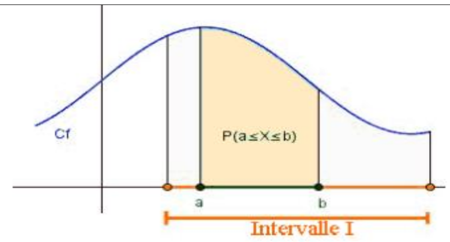
Définition 1 :
On appelle ***fonction de densité*** *sur un intervalle I= [a , b] de IR une fonction f définie sur I telle que :*

- *f est continue sur I*
- *f est positive sur I.(c'est à dire : $\forall x \in I, f(x) \geq 0$)*
- $\int_a^b f(x)dx = 1$



Définition 2 :
Soit X une variable aléatoire à valeurs dans I et f une fonction de densité sur I.
On dit que la variable aléatoire X suit une loi de densité f si pour tout intervalle [a ,b] inclus dans I, la probabilité que X soit dans l'intervalle [a , b] est :

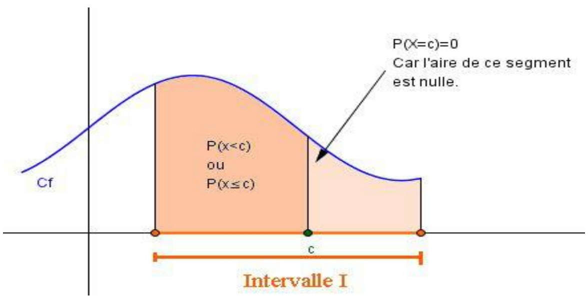
$$p\ (a \leq x \leq b) = \int_a^b f(x)dx$$



Propriété 1 :
Soit X une variable aléatoire continue à valeurs dans I qui suit une loi de densité f.

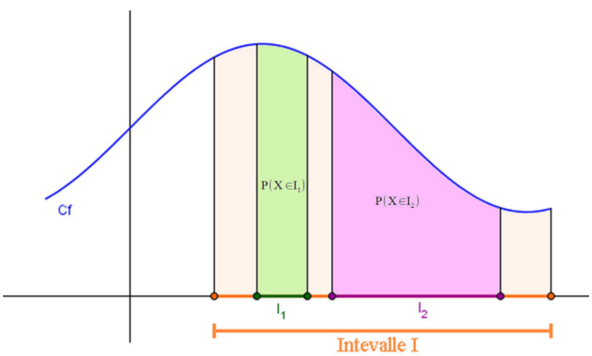
1- $p(x \in I) = 1$
2- *Quel que soit c appartenant à I,* $p(x = c) = 0$ *et* $p\ (x \leq c) = p(x < c)$

On en déduit que pour tout réels a et b avec $a \leq b$:
$p\ (a \leq x \leq b) = p\ (a < x \leq b) = p\ (a \leq x < b) = p\ (a < x < b)$



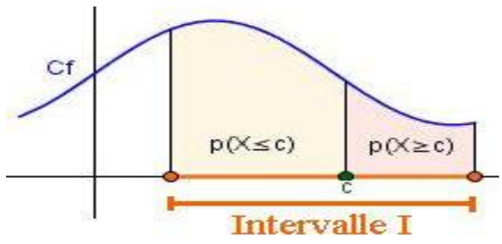
3- *Si I_1 et I_2 sont deux intervalles* ***disjoints*** *inclus dans I, alors :*
$p(X \in I_1 \cup I_2) = p(X \in I_1) + p(X \in I_2)$

Remarque :
c'est le même résultat qu'en probabilités discrètes : si A et B sont deux événements incompatibles ou disjoints (c'est-à-dire si $A \cap B = \emptyset$), alors $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$



4- *Pour tout c $\in I$, p $(x \leq c)$ + p$(x \geq c)$ = 1*

(Correspond à la règle p(A) +p ($\bar{A}$) =1 en probabilités discrètes)



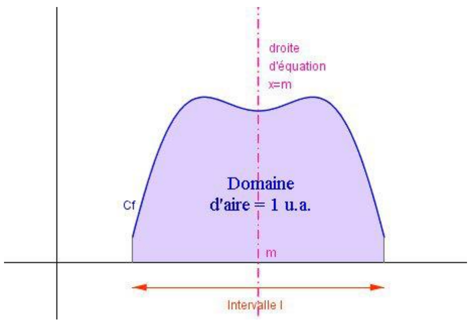
Exercices : *20, 21 page 230 et 33 page 231 – 22, 23, 25, 27 page 230 – 32 page 230*

Définition 3

Soit X une variable aléatoire continue à valeurs dans un intervalle [a , b], qui suit une loi de densité f

On appelle ***espérance mathématique de X*** *le nombre*

$$E(X) = \int_a^b x.f(x)dx .$$



La notion d'espérance correspond à une moyenne des valeurs prises par X pour un grand nombre d'expériences aléatoires.

Remarque :

Si la courbe de la loi de densité admet un axe de symétrie vertical d'équation x = m, l'espérance d'une variable aléatoire qui suit la loi de densité f est m.

Application 1 : Utiliser une loi de densité

Une entreprise produit des dalles en plâtre suivant une variable aléatoire continue X, en tonnes, qui prend ses valeurs dans l'intervalle [0 ; 20] avec une densité de probabilité f définie par : $f(x) = 0{,}015x - 0{,}00075x^2$

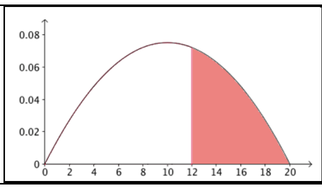
a) Démontrer que f est une densité de probabilité sur [0 ; 20].

b) Calculer la probabilité de l'événement E "La production quotidienne est supérieure ou égale à 12 tonnes".

c) Calculer l'espérance mathématique de X.

Correction

a) * *f est continue sur l'intervalle [0 ; 20] comme fonction trinôme.*



$f(0) = f(20) = 0$ *donc, d'après la règle des signes d'un trinôme,* $f(x) \geq 0$ *sur [0 ; 20].*

$$* \int_0^{20} f(t)\,dt = \left[0{,}0075t^2 - 0{,}00025t^3\right]_0^{20} = 0{,}0075 \times 20^2 - 0{,}00025 \times 20^3 - 0 = 1$$

b) $p(E) = p(12 \leq X \leq 20) = \int_{12}^{20} f(t)dt = \left[0{,}0075t^2 - 0{,}00025t^3\right]_{12}^{20}$

$$= 0{,}0075 \times 20^2 - 0{,}00025 \times 20^3 - 0{,}0075 \times 12^2 + 0{,}00025 \times 12^3 = 1 - 0{,}648 = 0{,}352$$

c) $E(X) = \int_0^{20} t\, f(t)\,dt$

$$= \int_0^{20} 0,015t^2 - 0,00075t^3 dt$$
$$= \left[0,005t^3 - 0,0001875t^4\right]_0^{20}$$
$$= 0,005 \times 20^3 - 0,0001875 \times 20^4 - 0 = 10$$

Remarque :
Dans le cas d'une variable discrète, l'espérance mathématique $E(X) = \sum_{i=1}^{i=n} x_i \cdot p(X=x_i)$
Quand on passe du cas discret au cas continue, le symbole $\sum_{i=1}^{i=n}$ *devient* $\int_a^b$*, et p(X=xᵢ) devient « f(x)dx »*

Exercice : *28 page 230*

2- *Loi uniforme*.

La loi uniforme modélise l'expérience aléatoire qui consiste à choisir un réel au hasard dans un intervalle [a ; b].

Définition 4 :

On dit qu'une variable aléatoire X suit une ***loi uniforme*** *sur [a ; b], lorsque sa densité de probabilité est constante sur[a ; b].*

Par conséquent, la fonction de densité f de la loi uniforme sur l'intervalle [a ; b] est définie par :

$$f(x) = \frac{1}{b-a}, \quad a < b$$

Démonstration :

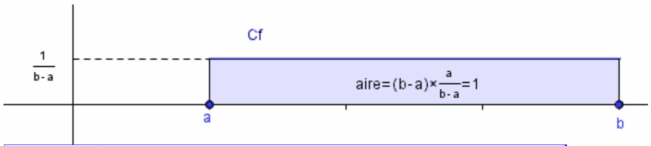
Pour tout réel x de [a ; b], la fonction de densité f est constante, ce qui signifie que :

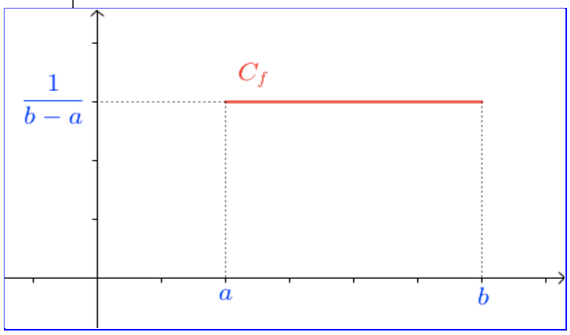
$f(x) = k$ *et* $\int_a^b f(x)dx = 1$

Ainsi : $1 = \int_a^b k dx = kb - ka = k.(b - a)$

D'où : $k.(b - a) = 1$ *soit* $k = \frac{1}{b-a}$

Conclusion : $f(x) = \frac{1}{b-a}$





Propriété 2 : Calculs de probabilités avec la loi uniforme

Soit X une variable aléatoire qui suit une loi uniforme sur [a ; b].. Alors, pour tout x de [a ; b] , on a :

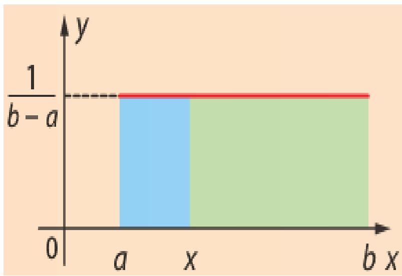
$$p(a \leq X \leq x) = \frac{x-a}{b-a}$$

Démonstration :

$p(a \leq X \leq x) = \int_a^x f(x)dt = \int_a^x \frac{1}{b-a}dt$

Une primitive de $x \longmapsto \frac{1}{b-a}$ *est* $\frac{1}{b-a} * x$ *donc :*

$$P(a \leq X \leq x) = \int_a^x \frac{1}{b-a}dt = \frac{1}{b-a}\left[t\right]_a^x = \frac{x-a}{b-a}$$



Propriété 3 :

Pour tout intervalle [c ; d] de [a ; b], on en déduit :

$$p(c \leq x \leq d) = \int_c^d \frac{1}{b-a}dx = \frac{d-c}{b-a} = \frac{\text{longueure de } j}{\text{longueure de } I}$$

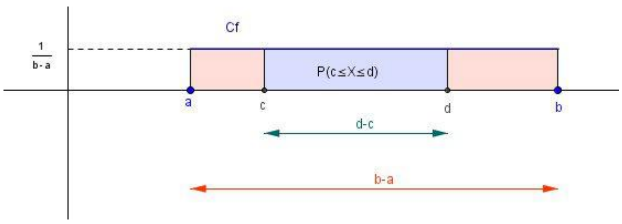
Démonstration :

La fonction de densité de probabilité de la loi uniforme sur [a ;b] est définie par $f(x) = \frac{1}{b-a}$ *donc :*

$p(c \leq x \leq d) = \int_c^d f(x)dt = \int_c^d \frac{1}{b-a}dt$

Une primitive de $x \longmapsto \frac{1}{b-a}$ *est* $\frac{1}{b-a} * x$ *donc :*

$p(c \leq x \leq d) = \int_c^d f(x)dt = \int_c^d \frac{1}{b-a}dt = [\frac{1}{b-a}x]_c^d$



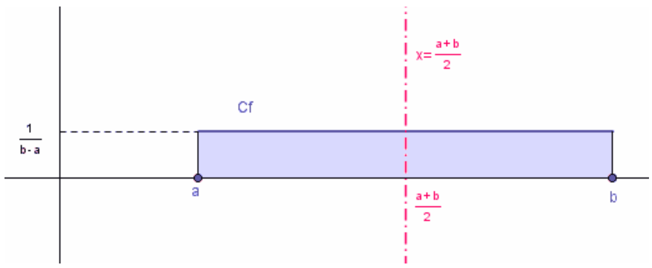
$= \frac{1}{b-a}d - \frac{1}{b-a}c = \frac{d-c}{b-a}$

Propriété 4 : *Espérance mathématique d'une loi uniforme*
Soit X une variable aléatoire continue dans [a ; b] , munie d'une fonction de densité f sur [a ; b] . Son espérance mathématique est : $E(X) = \frac{a+b}{2}$

Démonstration : $a < b$ *, On sait que :* $E(X) = \int_a^b x\, f(x)dx$

donc :

$$E(X) = \int_a^b \frac{x}{b-a}dx = \frac{1}{b-a}\left[\frac{1}{2}x^2\right]_a^b$$
$$= \frac{1}{b-a}\left(\frac{1}{2}b^2 - \frac{1}{2}a^2\right) = \frac{b^2-a^2}{2(b-a)}$$
$$= \frac{(b-a)(b+a)}{2(b-a)} = \frac{a+b}{2}$$



Exemple :

Olivier vient tous les matins entre 7h et 7h 45 chez Karine prendre un café.
1°) Sachant qu'Olivier ne vient jamais en dehors de la plage horaire indiquée et qu'il peut arriver à tout instant avec les mêmes chances, quelle densité peut-on attribuer à la variable aléatoire « heure d'arrivée d'Olivier » ?
2°) Calculer la probabilité qu'Olivier sonne chez Karine :
a) Après 7h30 *b) Avant 7h10* *c) Entre 7h20 et 7h22* *d) A 7h30 exactement.*
3°) Calculer l'heure moyenne d'arrivée d'Olivier ?

Corrigé

1°) On appelle X la variable aléatoire « heure d'arrivée d'Olivier ». X est une v.a. uniformément répartie sur l'intervalle [7 ; 7,75] ou [7 ; 7+ $\frac{3}{4}$ *]. On dit aussi que X suit la loi uniforme sur cet intervalle.*

Remarque : Dans cet exercice, l'unité utilisée est « l'heure ». Les questions sont en minutes. On pourrait « tout transformer en minutes » et définir une nouvelle variable aléatoire Y, pour simplifier les calculs.
Sinon, écrire 1 minute= $\frac{1}{60}$ *heure et "traduire" toutes les questions en fractions d'heures !!*

Soit Y la variable aléatoire « le temps d'arrivée d'Olivier, exprimé en minutes, après 7 heures ».
X est une v.a. uniformément répartie sur l'intervalle [0 ; 45].

2° a) La probabilité qu'Olivier sonne chez Karine après 7h30 est donnée par :
- *Calculs avec les heures : p(Après 7h30) = p(7,5≤X≤7.75)* $= \frac{7,75-7,5}{7,75-7} = \frac{0,25}{0,75} = \frac{1}{3}$
- *Calculs avec les minutes : p(Après 7h30) = p(30 ≤X≤ 45)* $= \frac{45-30}{45-0} = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}$

2° b) La probabilité qu'Olivier sonne chez Karine avant 7h10 est donnée par :
– *Calculs avec les heures : p (Avant 7h10)= p(7⩽X⩽7+* $\frac{10}{60}$ *)* $= \frac{7+\frac{1}{6}-7}{7+\frac{3}{4}-7} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{6}*\frac{4}{3} = \frac{2}{9}$
– *Calculs avec les minutes : p (Avant 7h10)= p(0⩽Y⩽10)* $= \frac{10-0}{45-0} = \frac{2}{9}$

2° c) La probabilité qu'Olivier sonne chez Karine entre 7h20 et 7h22 est donnée par :
– *Calculs avec les heures :*
p(entre 7h20 et 7h22) = p(7 + $\frac{20}{60}$ *⩽X⩽7 +* $\frac{22}{60}$ *)* $= \frac{7+\frac{22}{60}-7-\frac{20}{60}}{7+\frac{3}{4}-7} = \frac{2}{60}*\frac{4}{3} = \frac{2}{45}$
– *Calculs avec les minutes :*
p(entre 7h20 et 7h22) = p(20 ⩽Y⩽22) $= \frac{22-20}{45-0} = \frac{2}{45}$

2° d) La probabilité qu'Olivier sonne chez Karine à 7h30 exactement est donnée par :
– *Calculs avec les heures : p (A7h30 exactement)=P (7,5⩽ X ⩽7,5)=* $\frac{7,5-7,5}{7,75-7} = 0$
– *Calculs avec les minutes: p (A7h30 exactement)=P (30⩽ Y⩽30)=* $\frac{30-30}{45-0} = 0$

3°) Calcul du temps moyen "espéré" : E (X) $= \frac{0+45}{2}$ *= 22,5 minutes*
Par conséquent, l'heure moyenne d'arrivée d'olivier est 7h 22 minutes 30 s

Exercices : *1, 2 page 223 et 35, 36 page 231 – 37, 39, 40, 41, 42 page 231 –30, 31 page 230*

C- Loi normale centrée réduite

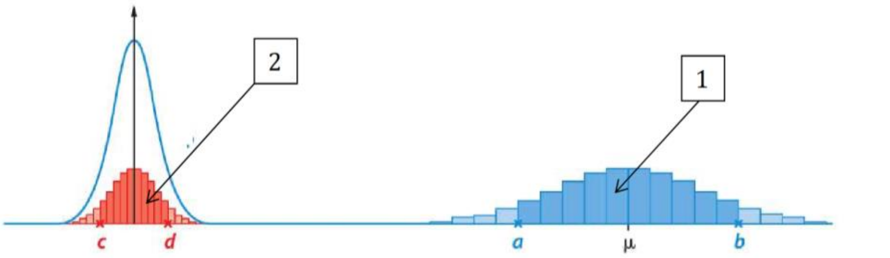
1- Loi normale centrée réduite AP : Géogébra

a) *Approche d'une densité par la loi binomiale* (voir AP°)

On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale B (n ;p) d'espérance $\mu = n.p$ et d'écart-type $\sigma = \sqrt{np(1-p)}$ avec $0 < p < 1$.

Soit la variable aléatoire $\mathbf{Z}$ *définie par* $\mathbf{Z} = \frac{X-\mu}{\sigma}$ *Z est une nouvelle variable aléatoire centrée réduite :*

E(Z) = 0 et σ(Z) = 1



Alors $p(a \leq X \leq b) = p(c \leq \mathbf{Z} \leq d)$ *où :* $c = \frac{a-\mu}{\sigma}$ *et* $d = \frac{b-\mu}{\sigma}$

Donc : $p(a \leq X \leq b) = p\left(\frac{a-\mu}{\sigma} \leq Z \leq \frac{b-\mu}{\sigma}\right)$

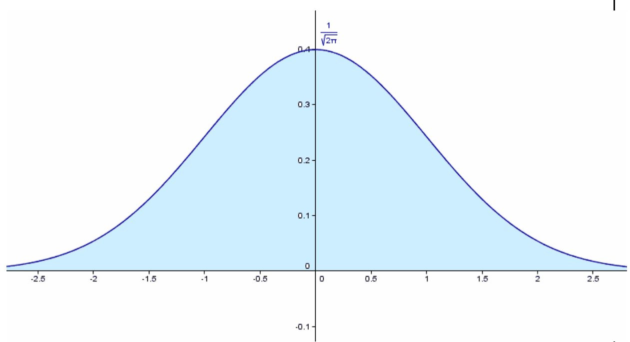
Lorsque le nombre d'épreuves **n** *prend de grandes valeurs et la probabilité de succès* **p** *est proche de 0,5, la transformation associée à l'égalité* $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$ *transforme d'abord l'aire* $\boxed{1}$ *en l'aire* $\boxed{2}$ *, tout en la divisant par σ. On obtient alors un diagramme ayant une forme de courbe en « cloche », et en multipliant la hauteur des Rectangles par σ, la courbe est très proche de la courbe de la fonction de Gauss*

b) *La loi normale centrée réduite* $\mathcal{N}(0,1)$

Définition 5 :

On dit qu'une variable aléatoire continue suit la *loi normale centrée réduite*, *notée* $\mathcal{N}(0,1)$, *lorsqu'elle a pour densité de probabilité la fonction f définie sur IR par :*

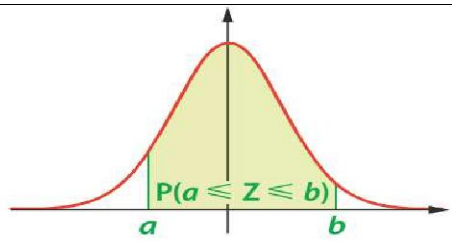
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}.$$



Remarque :

- *Si* $a \leq b$ *alors*

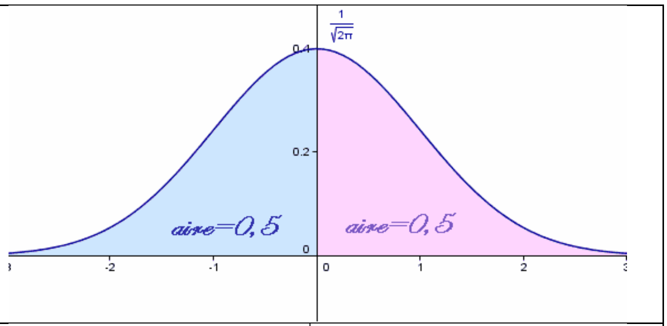
  $p(a \leq X \leq b) = \int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-t^2}{2}} dt$
- *la fonction f n'a pas de primitive explicite. On utilise la calculatrice pour calculer une aire sous cette courbe.*
- *L'aire totale sous la courbe, pour x variant de −∞ à +∞, vaut 1, bien que la courbe ne coupe jamais l'axe des abscisses. Celui-ci est asymptote horizontale à la courbe.*



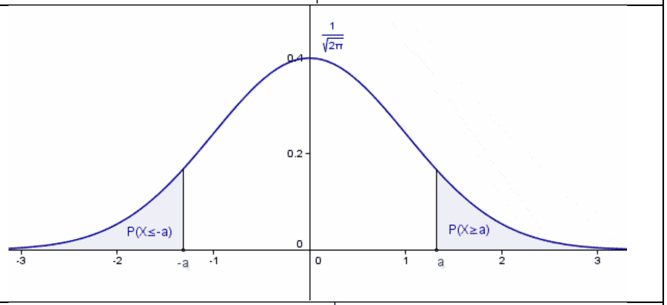
Propriété 5 : *Propriétés de la loi normale centrée réduite*
Soit X une variable aléatoire qui suit une loi normale centrée réduite. Alors :

1- $p(X \in IR) = 1$ *(l'aire sous la courbe vaut 1)*

2- $p(X \leq 0) = p(X \geq 0) = 0,5$
(par symétrie de la courbe par rapport à l'axe des ordonnées)

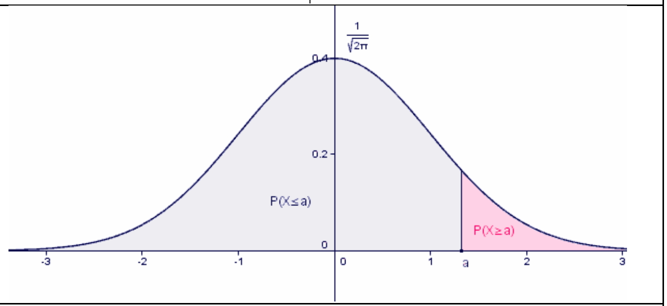


3- *Pour tout réel a ,* $p(X \leq -a) = p(X \geq a)$
(par symétrie de la courbe par rapport à l'axe des ordonnées)



4- $p(X \geq a) = 1 - p(X \leq a)$
(Déja vu en propriété 1-(4) car ce résultat est valable quelle que soit la fonction de densité.

En discret : $p(A) = 1 - p(\overline{A})$

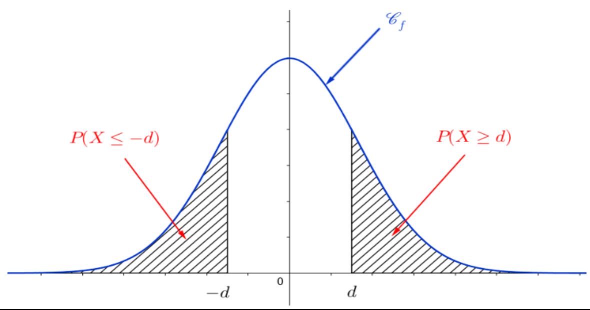


5- $E(X) = 0$ *, l'espérance de X est nulle, c'est pourquoi on dit que cette* loi est « centrée »

6- $\sigma(X) = 1$ *, l'écart-type de X vaut 1 , c'est pourquoi on dit que cette* loi est « réduite »

7- $p(-d \leq X \leq d) = p(X \leq d) - p(X \leq -d)$
or $p(X \geq d) = p(X \leq d)$ *d'où :*
$p(-d \leq X \leq d) = 1 - 2p(X \leq -d) = 1 - 2p(X \geq d)$

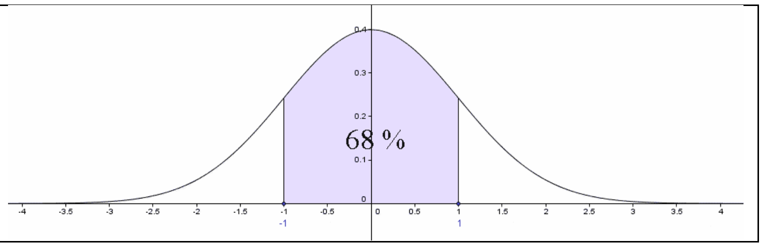
$$p(X \geq d) = p(X \leq -d) = \frac{1 - p(-d \leq X \leq d)}{2}$$

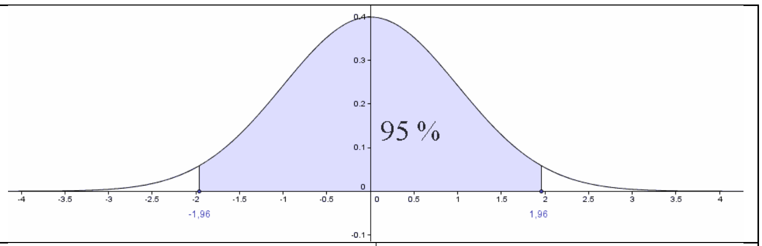
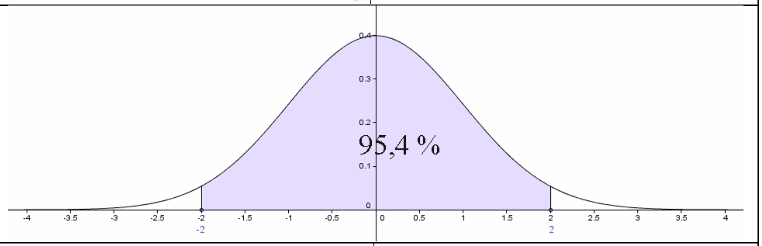
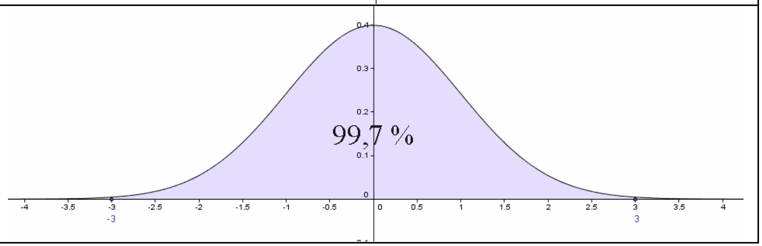


Propriété 6 : *Valeurs particulières à connaître pour* les utiliser dans les exercices.

Soit X une variable aléatoire qui suit une loi normale centrée réduite $\mathscr{N}(0,1)$

- $p(-\sigma \leq X \leq \sigma) = p(-1 \leq X \leq 1) \approx 0.68$



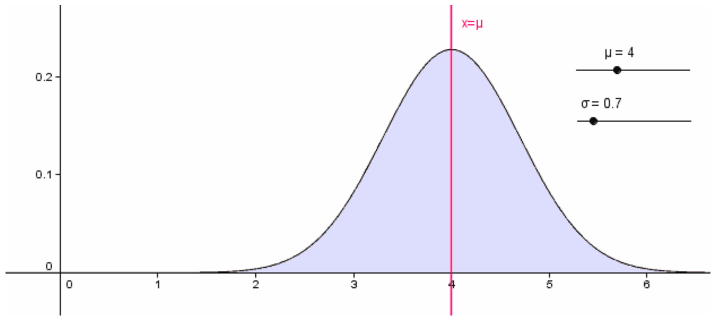
• *$p\ (-1{,}96 \leq X \leq 1{,}96) \approx 0.95$*	
• *$p(\ -2\sigma \leq X \leq 2\sigma) = p\ (-2 \leq X \leq 2\ ) \approx 0.954$*	
• *$p(\ -3\sigma \leq X \leq 3\sigma) = p\ (-3 \leq X \leq 3\ ) \approx 0.997$*	

La calculatrice et le tableur savent faire afficher $p(\ c \leq X \leq d\ )$pour deux réels c et d donnés, tels que $c < d$
Pour le modèle récent de calculatrice texas, si on veut faire afficher par exemple
$p(3 \leq X \leq 2)$,on tape :NormCD(-3,2,1,0) car $c = 3$, $d = 2$, $\sigma = 1$ et $\mu = 0$
.
Vérifiez que vous trouvez $p(\_3 \leq X \leq 2) \approx 0{,}98759$, puis vérifiez les résultats de la propriété 5.

Exercices : *3, 4 page 224* *1 : feuille n°2*

2- Loi normale d'espérance μ et d'écart-type σ

Définition 6 :
Soit un nombre réel μ et un nombre réel strictement positif σ .
Dire qu'une variable aléatoire continue X suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu\,;\,\boldsymbol{\sigma^2})$ lorsque que la variable aléatoire $T = \dfrac{X-\mu}{\sigma}$ suit la loi normale centrée réduite. $\mathcal{N}(0,1)$



Remarque :

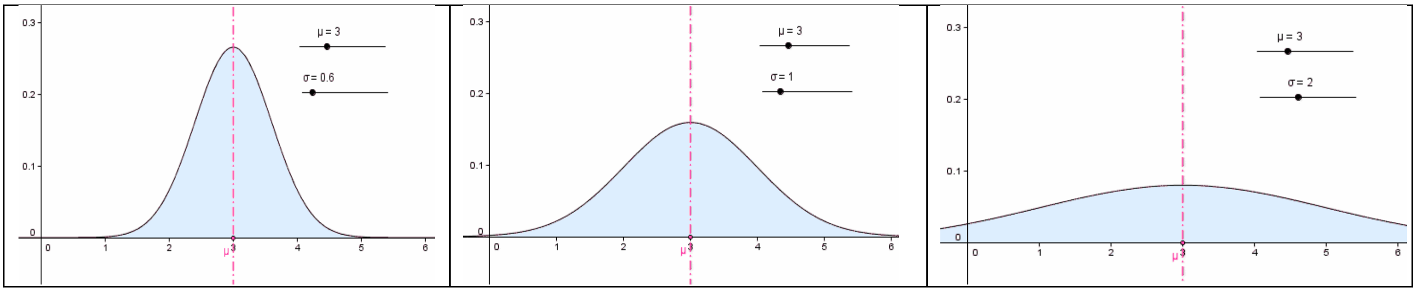
- La fonction de densité de la loi normale $\mathcal{N}(\mu,\sigma^2)$ est la fonction définie par
  $f : x \longmapsto \frac{1}{\sigma\sqrt{2}} e^{\frac{-1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$ elle n'a pas de primitive explicite
- L'aire sous la courbe représentative de cette fonction, pour x variant de $-\infty$ à $+\infty$, vaut 1.
- La courbe représentative de cette fonction est symétrique par rapport à la droite d'équation $x = \mu$
-

Propriété 6 : Si X suit une loi normale $\mathcal{N}(\mu,\sigma^2)$

• Son espérance $E(X) = \mu$	• Son écart-type $\sigma(X) = \sigma$	• Sa variance $V(X) = \sigma^2$

Attention :
Lorsqu'on écrit « X suit la loi $\mathcal{N}(40,5)$ » cela signifie que la valeur moyenne est bien $E(X) = 40$, alors que 5 désigne la variance de X, donc l'écart-type est $\sigma = \sqrt{5}$

Interprétation de l'écart-type : L'écart-type est un critère de dispersion. Plus l'écart-type σ est grand, plus les valeurs de X sont dispersées autour de l'espérance μ



Récapitulons :

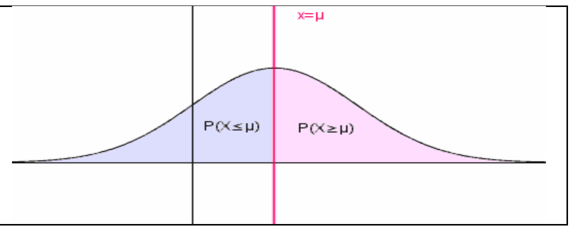
- diminuer σ « rehausse » la courbe et rassemble l'aire sous la courbe autour de l'axe d'équation $x=\mu$
- augmenter σ « aplatit » la courbe, mais l'aire « sous la courbe » reste toujours 1 u.a. !

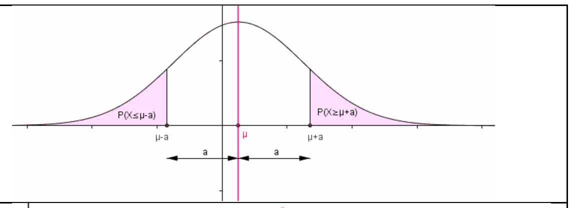
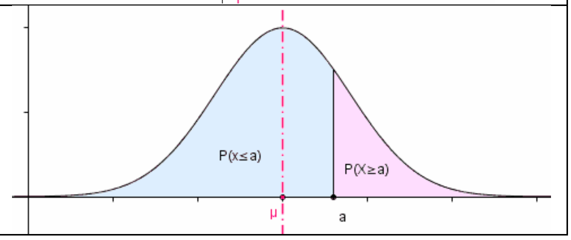
Faire varier μ sans faire varier σ consisterait à déplacer la courbe par une translation horizontale.

Propriété 7 : Si X suit une loi normale $\mathcal{N}(\mu,\sigma^2)$

- $p(X \in \mathbb{R}) = 1$ (car l'aire sous la courbe vaut 1
- $p(X \leq \mu) = p(X \geq \mu) = 0.5$

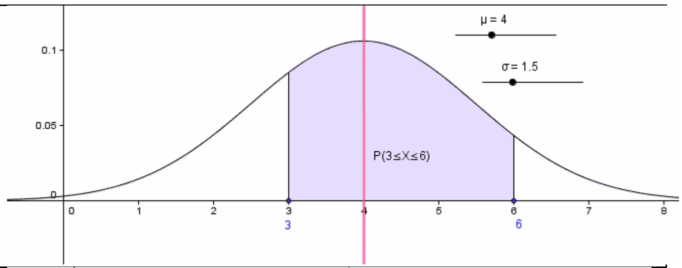
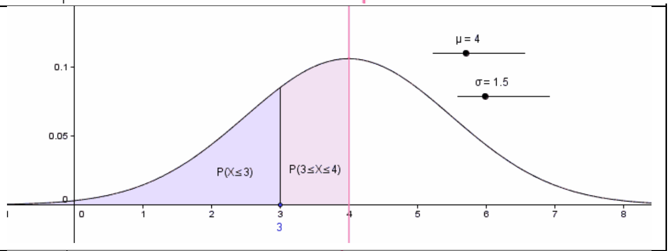
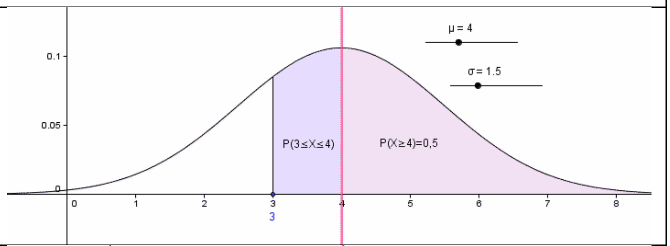
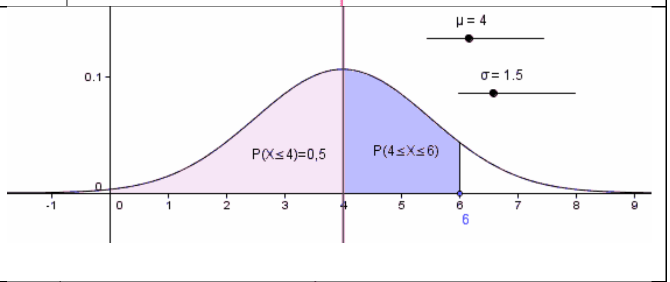
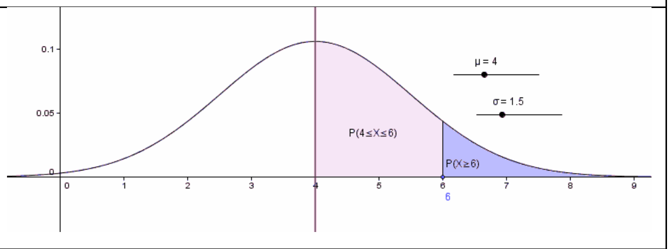
(par symétrie par rapport à la droite d'équation $x = \mu$)



• $p(X \leq \mu - a) = p(X \geq \mu + a)$ (par symétrie par rapport à la droite d'équation $x = \mu$)	
• $p(X \geq a) = 1 - p(X \leq a)$ (Déjà vu en propriété 1-(4) car ce résultat est valable quelle que soit la fonction de densité)	

En pratique : Soit X une variable aléatoire qui suit une loi normale $\mathcal{N}$(4 , 1.5)

On veut connaître les valeurs de $p(3 \leq X \leq 6)$, *de* $p(X \leq 3)$, *de* $p(X \leq 3)$, *de* $p(X \leq 6)$ *et de* $p(X \geq 6)$

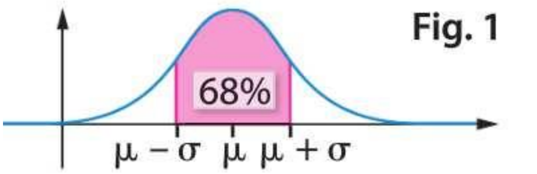
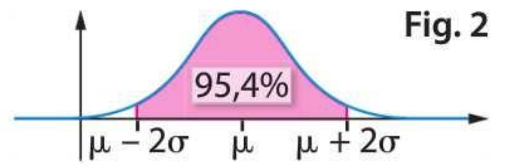
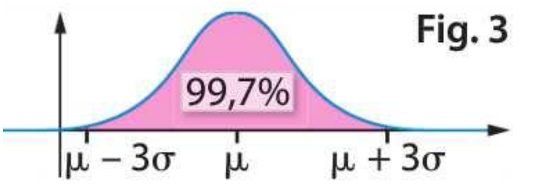
$p(3 \leq X \leq 6) \approx 0{,}656$ d'après la calculatrice	
$3 < \mu$ car $\mu = 4$, donc $p(X \leq 3) = p(X \leq \mu) - p(3 \leq X \leq \mu)$, soit $p(X \leq 3) = 0{,}5 - p(3 \leq X \leq 4)$ comme $p(3 \leq X \leq 4) \approx 0{,}2475$ d'après la calculatrice , $p(X \leq 3) = 0{,}5 - 0{,}2475 = 0{,}2525$	
$3 < \mu$ car $\mu = 4$, donc $p(X \geq 3) = p(3 \leq X \leq \mu) + p(X \geq \mu)$, soit $p(X \geq 3) = p(3 \leq X \leq 4) + 0{,}5$ donc $p(X \geq 3) \approx 0{,}2475 + 0{,}5 = 0{,}4775$ On peut aussi calculer : $p(X \geq 3) = 1 - p(X \leq 3)$	
$6 > \mu$, donc : $p(X \leq 6) = p(X \leq 4) + p(4 \leq X \leq 6)$ $p(X \leq 6) = 0{,}5 + p(4 \leq X \leq 6)$ comme $p(4 \leq X \leq 6) \approx 0{,}4088$ d'après la calculatrice alors : $p(X \leq 6) = 0{,}5 + 0.4088 = 0{,}9088$	
$6 > \mu$, car $\mu = 4$ donc : : $p(X \geq 6) = p(X \geq \mu) - p(\mu \leq X \leq 6)$ $p(X \geq 6) = 0{,}5 - p(4 \leq X \leq 6)$ $p(X \geq 6) = 0{,}5 - 0{,}4088 = 0{,}0912$ On peut aussi calculer : $p(X \geq 6) = 1 - p(X \leq 6)$	

Intérêt de la loi normale : *on retrouve la loi normale dans un très grand nombre de distributions dans la nature, dans l'industrie, en économie, en médecine ou dans les sciences sociales, car beaucoup de phénomènes naturels, industriels, physiologiques ou sociaux résultent d'un grand nombre de causes de fluctuations indépendantes.*

En effet, lorsqu'on fait la somme d'un très grand nombre de variables aléatoires indépendantes de lois quelconques, cette somme suit la loi normale. C'est le cas de la taille ou du poids d'un individu en fonction de son âge, que l'on retrouve dans les carnets de santé par exemple.

.

Propriété 8 : Résultats à connaître concernant la loi normale :
Soit X une variable aléatoire qui suit une loi normale $\mathcal{N}(\mu,\sigma^2)$ *, alors :*

• $p(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 0.68$	
• $p(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) \approx 0.954$	
• $p(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma) \approx 0.997$	

Explication :
Si la variable aléatoire continue X suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu,\sigma^2)$ *, alors à X on associe la variable aléatoire T qui suit la loi normale centrée réduite* $\mathcal{N}(0,1)$

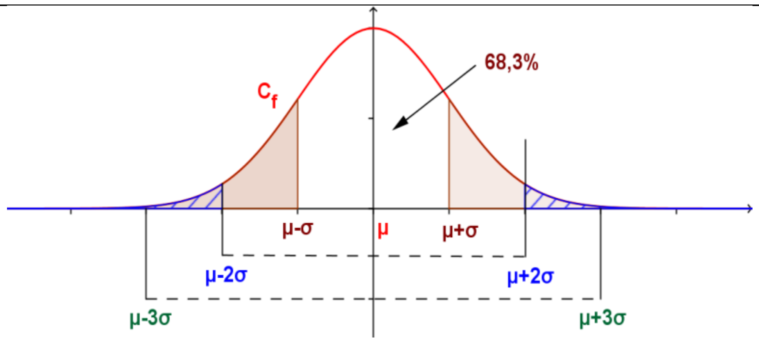
Avec $T = \dfrac{X-\mu}{\sigma}$ *Donc :*

$$P(\mu-\sigma \leq X \leq \mu+\sigma) = P(-\sigma \leq X-\mu \leq +\sigma) = P\left(-1 \leq \frac{X-\mu}{\sigma} \leq 1\right) = P(-1 \leq T \leq 1)$$

$p(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) = p(-\sigma \leq X - \mu \leq +\sigma) = p(-1 \leq \frac{X-\mu}{\sigma} \leq 1) = p(-1 \leq Z \leq 1) \approx 0{,}68$

$p(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) = p(-2 \leq Z \leq 2) \approx 0{,}95$

$p(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma) = p(-3 \leq Z \leq 3) \approx 0{,}99$

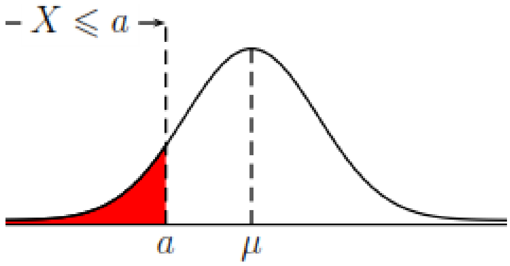


Rappel : $p(a \le Z \le b) = p(a < Z < b) = p(a \le Z < b) = p(a < Z \le b)$
Les calculatrices ne fournissent pas $p(X < a) = p(X \le a)$ mais seulement $P(a \le X \le b)$.

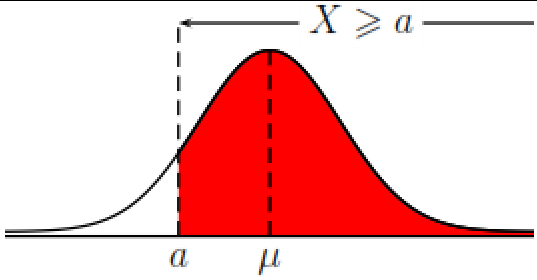
La calculatrice graphique ne permet pas le calcul direct de probabilités telles que $p(X \le a)$ ou $p(X \ge a)$ dans le cas où X suit une loi $N(\mu,\sigma^2)$, la méthode rigoureuse pour aisément contourner ce problème. est la suivante (Faire une figure !) : ***très important !!***

<table>
<tr><th colspan="2">Si $a \le \mu$ alors :</th></tr>
<tr><td>

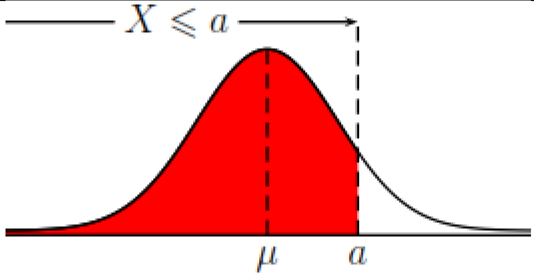
- $p(X \le a) = p(X \le \mu) - p(a \le X \le \mu)$
$= 0,5 - p(a \le X \le \mu)$

</td><td>
</td></tr>
<tr><td>

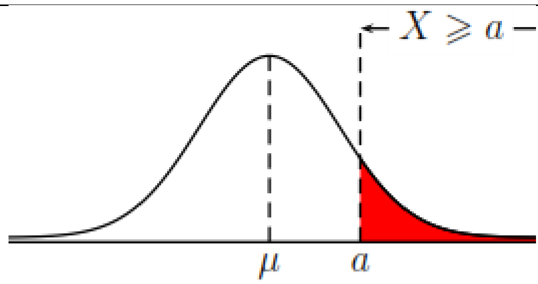
- $p(X \ge a) = p(a \le X \le \mu) + p(X \ge \mu)$
$= p(a \le X \le \mu) + 0,5$

</td><td>
</td></tr>
<tr><th colspan="2">Si $a \ge \mu$ alors :</th></tr>
<tr><td>

- $p(X \le a) = p(X \le \mu) + p(\mu \le X \le a)$
$= 0,5 + p(\mu \le X \le a)$

</td><td>
</td></tr>
<tr><td>

- $p(X \ge a) = p(X \ge \mu) - p(\mu \le X \le a)$
$= 0,5 - p(\mu \le X \le a)$

</td><td>
</td></tr>
</table>

Exercices :

5, 6 page 225	*44, 46 page 232*	*49, 50, 52, 54 page 233*	*43 page 232*
75 page 239	*55, 56, 58 page 234*	*59 page 235*	*76 page 239*

A- La loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0,1)$

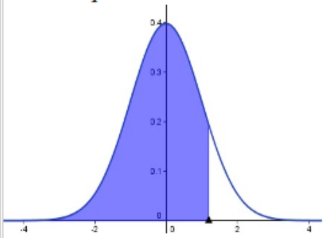
<u>Objectifs :</u>

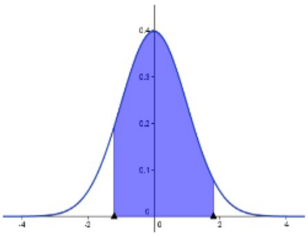
Calculer à l'aide de la calculatrice une probabilité.

Déterminer un intervalle I tel que p(X ∈I) = k, k un réel donné

Méthode pour **Casio 35+ ou supérieur**

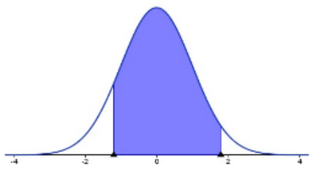
Calcul de $p(X<1{,}2)$	Calcul de $p(-1{,}2<X<1{,}8)$	Déterminer x_0 tel que $p(-x_0 \leqslant X \leqslant x_0)=0{,}2$
Mode STAT	Mode STAT	Mode STAT
F5 (DIST)	F5 (DIST)	F5 (DIST)
F1 (NORM)	F1 (NORM)	F1 (NORM)
F2 (Ncd)	F2 (Ncd)	F3 (InvN)
Lower : -200	Lower : -1,2	F3 (CNTR) ou F1(LEFT) ou F2(RIGHT)
Upper : 1,2	Upper : 1,8	Area : 0,2
σ : 1	σ : 1	σ : 1
μ : 0	μ : 0	μ : 0
EXE → $p=0{,}8849$	EXE → $p=0{,}849$	EXE → $x_0 \approx 0{,}2533$





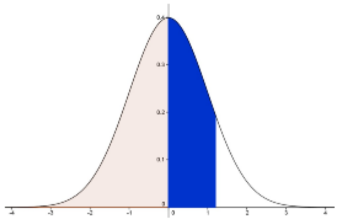
Méthode pour **TI 82 stat ou plus.**
Les TI ne calculent que des probabilités entre bornes.

Calcul de $p(-1{,}2<X<1{,}8)$
2nd Var 2(normalFRép() -1,2 , 1,8 , 0 , 1)
EXE → $p=0{,}849$

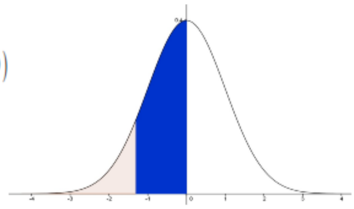


Méthode pour le calcul de $p(X<1{,}2)$.
On sait que $p(X<0)=0{,}5$ et $p(X<1{,}2)=p(X<0)+p(0<X<1{,}2)$
D'après ce qui précède, on tape
0,5 + 2nd Var 2(normalFRép() 0 , 1,2 , 0 , 1)

EXE → $p=0{,}8849$



Méthode pour le calcul de $p(X<-1{,}3)$.
On sait que $p(X<0)=0{,}5$ et $p(X<-1{,}3)=p(X<0)-p(-1{,}3<X<0)$
D'après ce qui précède, on tape
0,5 - 2nd Var 2(normalFRép() 0 , -1,3 , 0 , 1)
EXE → $x_0 \approx 0{,}0968$



Méthode pour déterminer x_0 **tel que** $p(X \leqslant x_0)=0{,}7$
2nd Var 3(FracNormal 0.7 , 0 , 1)
EXE → $x_0 \approx 0{,}5244$

B- La loi normale $\mathcal{N}(\mu,\sigma^2)$

Soit Z une variable aléatoire qui suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu,\sigma^2)$,

1- *calculer p(-0,5 < Z < 1,2)*

Casio : Graph 35+ et modèles sup.

Calcul des probabilités $P(-0,5 < Z < 1,2)$
Menu▶ STAT▶DIST▶ NORM▶ NCD

Pour calculer $P(-0,5 < Z < 1,2)$

DC normale (ou normal C.D)
Data : Variable
Lower : -0.5
Upper : 1.2
σ : 1
μ : 0
Save Res :None
Execute

CALC Pour calculer, appuyer sur F1

Après exécution on obtient :

DC normale
P= 0.57639274
z:Low=-0.5
z:Up = 1.2

Texas : TI82 Stats et modèles sup.

Calcul des probabilités $P(-0,5 < Z < 1,2)$
Menu▶ 2nd DISTR (ou ▶ Distrib)

Pour calculer $P(-0,5 < Z < 1,2)$
Menu ▶ 2nd DISTR ▶ normalcdf ou ▶ normalFrép (version fr)
Compléter les paramètres : *a*, *b* , μ , σ

normalcdf(-0.5,1.2,0,1)

Après exécution on obtient :

0.5763927362

2- *Déterminer t connaissant la valeur de p(X < t)*

Soit X une v.a. continue qui suit la loi normale $\mathcal{N}(10, 0.8^2)$, déterminer une valeur approchée de t au centième près tel que :

a) p(X ≤ t) = 0.95 *b) p(X ≥ t) = 0.85*

Casio : Graph 35+ et modèles sup.

Menu▶ STAT▶DIST▶ NORM▶ F3 invN

Pour calculer t tel que $P(X < t) = 0,95$

Normal inverse
Data : Variable
Tail : Left
Area : 0,95
σ : 10
μ : 0,8
Save Res :None
Execute

CALC Pour calculer, appuyer sur F1

Après exécution on obtient :

Normal inverse
xInv=11,3158829

Texas : TI82 Stats et modèles sup.

Pour calculer *t* tel que $P(X < t) = 0,95$
Menu▶ 2nd DISTR (ou ▶ Distrib)

Pour calculer $P(X < t) = p$
Menu ▶ 2nd DISTR ▶ invNorm ou ▶ FracNormale (version fr)
Compléter les paramètres : *p*, μ , σ

FracNormale(0.95,10,0.8)

Après exécution on obtient :

11,3158829

Conclusion : Une valeur approchée de t tel que p(X ≤ t) = 0.95 est t ≈ 11,32 au centième près

b) Pour déterminer approchée de t tel que p(X ≥ t) = 0.85.

- *Pour la **Casio**, il suffit de remplacer « **Left** » par « **Right** », on obtient directement t ≈ 9,17*
- *Pour la Texas : on fait une petite transformation : p(X ≤ t) = 1 - p(X ≥ t) = 1 – 0,85 = 0,15*
  Avec la procédure ci-dessus, on cherche t tel que p(X ≤ t) = 0,15 et l'on obtient t ≈ 9,17

Ce cours est par ici	